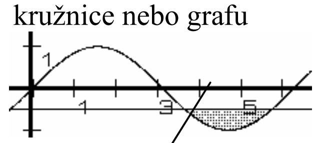
Základní goniometrické rovnice a nerovnice

$\sin x = a,\ \cos x = a \qquad a \in \langle -1,1 \rangle \qquad x \in R$

$\operatorname{tg} x = a \qquad a \in R \qquad x \in R - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

$\operatorname{cotg} x = a \qquad a \in R \qquad x \in R - \{k\pi\}$

interval se určí podle jednotkové kružnice nebo grafu



<u>Příklad:</u>rovnice

$\sin x = -0{,}5$

$x_1 = 210°, \quad x_2 = 330°$

$K = k \in Z \cup \{210° + 2k\pi, 330° + 2k\pi\}$

nerovnice

$\sin x \le -0{,}5$

$x_1 = 210°, \quad x_2 = 330°$

$K = k \in Z \cup \langle 210° + 2k\pi\ , 330° + 2k\pi \rangle$

<u>Příklad:</u>

Vyjádřete cos 3x pomocí cos x

cos 3x = cos (2x + x) =

= $\cos 2x \cos x - \overbrace{\sin 2x}^{2\sin x \cos x} \cdot \sin x$ =

= $(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x$ =

= $\cos^3 x - \underbrace{\sin^2 x \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cos x}_{\text{sečteme}}$ =

= $\cos^3 x - 3\sin^2 x \cdot \cos x$ =

= $\cos^3 x - 3.(1 - \cos^2 x) \cos x$ =

= $\cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x$ =

= <u>$4\cos^3 x - 3\cos x$</u>

Příklad :

Vyjádřete cos 3x pomocí cos x

cos 3x = cos (2x + x) =

= $\cos 2x \cos x - \overbrace{\sin 2x}^{2\sin x \cos x} \cdot \sin x$ =

= $(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x$ =

= $\cos^3 x - \underbrace{\sin^2 x \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cos x}_{\text{sečteme}}$ =

= $\cos^3 x - 3\sin^2 x \cdot \cos x$ =

= $\cos^3 x - 3.(1 - \cos^2 x) \cos x$ =

= $\cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x$ =

= <u>$4\cos^3 x - 3\cos x$</u>

Složitější goniometrické rovnice

Pokud je v rovnici více goniometrických funkcí, převedeme je na jednu goniometrickou funkci.

Pokud odmocňujeme, musíme provést zkoušku.

$$\sin 3x = \cos 2x$$

$$\sin 3x - \sin(90° - 2x) = 0$$

$$2 \cdot \cos \frac{3x + 90° - 2x}{2} \cdot \sin \frac{3x - 90° + 2x}{2} = 0$$

$$\cos\frac{x+\frac{\pi}{2}}{2}=0 \qquad \vee \qquad \sin\frac{5x-\frac{\pi}{2}}{2}=0$$

$$\frac{x+\frac{\pi}{2}}{2}=\tfrac{\pi}{2}+k\pi \qquad \frac{5x-\frac{\pi}{2}}{2}=k\pi$$

$$x=\tfrac{\pi}{2}+2k\pi \qquad x=\tfrac{\pi}{10}+\tfrac{2}{5}k\pi$$